

bilidad de que todos los cuatro receptores vendidos sean del mismo modelo es

$$\frac{70 + 1}{495} = \frac{71}{495}$$

Ejercicio 2-3

- 1 Un agente de bolsa piensa que 3 a 1 es una posibilidad acertada de que ciertas acciones suban un 10 por ciento por lo menos durante el mes siguiente. ¿Cuál es su probabilidad subjetiva de que ello ocurra así?
- 2 Suele pensarse que las posibilidades son de 7 a 3 de que el presidente de una compañía llegue tarde a una reunión. ¿Cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo?
- 3 El gerente de un almacén ha observado que de 3000 personas que entraron al establecimiento durante el mes anterior, 450 hicieron alguna compra. ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente que entre compre algo?
- 4 En un club hay 15 miembros, 3 de ellos mujeres y sus nombres son X, Y y Z. Si se elige al azar una junta de 3 miembros, ¿cuál es la probabilidad de que las 3 mujeres estén en la junta? ¿cuál es la probabilidad de que X, Y y Z sean elegidas al azar entre el total de los miembros para los puestos de presidente, vicepresidente y secretario-tesorero, respectivamente?
- 5 Se arrojan al aire tres monedas equilibradas. Hallar la probabilidad de que:
 - a Salgan mas de dos cruces.
 - b salgan mas de dos cruces.
 - c Salgan dos caras o dos cruces
- 6 Se juegan dos dados. Hallar la probabilidad de que:
 - a La suma de puntos sea menor que 4.
 - b La suma de puntos sea mayor que 7.
 - c La suma de puntos sea mayor que 10 o menor que 5.
- 7 Un vendedor de automóviles tiene 10 autos nuevos, 3 del modelo A, 3 del modelo B y 4 del modelo C. ¿Cual es la probabilidad de vender dos autos del mismo modelo si las ventas de modelos diferentes se hacen al azar?
- 8 Un distribuidor de receptores de televisión acepta un embarque de 15 receptores si una muestra de 4 receptores no tiene ninguno defectuoso. ¿Cual es la probabilidad de que acepte el embarque si contiene 3 receptores defectuosos?
- 9 Si se sacan 13 carfas al azar de un naipe bien barajado, hallar la probabilidad de obtener una mano de bridge perfecta, es decir, una mano que contenga 13 cartas del mismo palo.
- 10 La junta directiva de una compañía tiene nueve miembros; cinco están a favòr de la compra de otra compañía y cuatro están en contra. Cuando se convocó una reunión de la junta para considerar el asunto, sólo cinco se presentaron. La decisión de compra de la compañía requiere la simple mayoría de los que estén presentes. ¿Cuál es la probabilidad de que se haga la compra dicha?
- 11 En una mano de póker de 5 cartas tomadas de una baraja corriente de 52 cartas, dar una expresión de la probabilidad de obtener un flush, es decir, que todas las 5 castas sean del mismo palo.

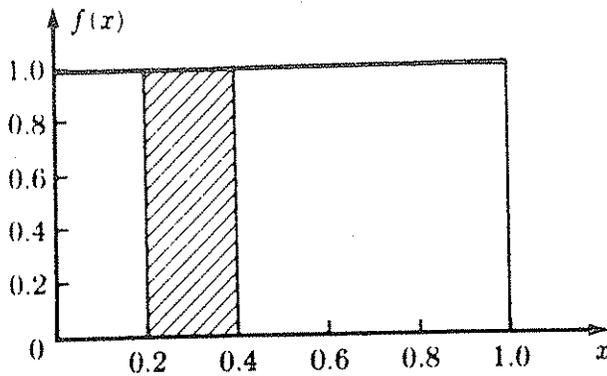


Figura 3-7
Función de densidad de probabilidades para X , resultado del giro en un cuadrante ideal

ción multiplicada por la distancia de a a b , que representa el dominio, ha de ser igual a 1, o sea $(b - a)(f(x)) = 1$, se tiene

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(b - a)} & \text{para } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases} \quad (3-12)$$

La distribución de probabilidades de una variable aleatoria continua también se puede resumir en la distribución de probabilidades acumulada (F) que está dada por

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (3-13)$$

para todo valor de x .

Ejercicio 3-4

1 Decir la diferencia entre:

- Variable aleatoria discreta y variable aleatoria continua.
- Distribución de probabilidades discreta y distribución de probabilidades continua.

2 Distinguir entre función de probabilidades y función de densidad de probabilidades.

3 Hallar la distribución de probabilidades y la distribución de probabilidades acumulada de X , número de caras obtenidas al lanzar tres monedas bien equilibradas. Representar la distribución de probabilidades de X .

4 Hallar la distribución de probabilidades y la distribución de probabilidades acumulada de Y , si siendo $Y = X^2$, con X número de caras obtenidas al lanzar tres monedas bien equilibradas.

5 La función de densidad de probabilidades que se da en la definición (3-12) es una expresión de la llamada *distribución rectangular*. Si X tiene distribución rectangular en el intervalo de a a b , ¿cuál es el valor de $f(x)$, y cuál el de $F(x)$:

a Para $a = 2$ y $b = 4$?

b Para $a = -10$ y $b = 10$?

6 Representar $f(x)$ y $F(x)$ del problema 5 anterior.

Ejercicio 7-6

- 1 Explicar completamente como se relaciona la distribución de Poisson con la binomial.
- 2 Explicar lo que significa una prueba sola en un experimento en que interviene el modelo de Poisson.
- 3 Una distribución de Poisson está dada por:

$$P(x) = e^{-2} \frac{2^x}{x!}$$

Hallar las probabilidades para $x = 0, 1, 2, 3$ y 4 .

- 4 Supóngase que el 1 por ciento de los pernos que produce defectuosos. En una muestra aleatoria de 300 pernos, hallar la probabilidad de que:
 - a Todos los pernos estén buenos.
 - b Dos o menos pernos estén defectuosos.
 - c Dos o más pernos estén defectuosos.
- 5 En cierta escuela, exactamente el 10 por ciento de los estudiantes son chicas. Se toma al azar una muestra de 50 estudiantes. Aplicando la distribución de Poisson, hallar la probabilidad de que la muestra contenga:
 - a Sólo chicos.
 - b Sólo una chica.
 - c Menos de tres chicas.
 - d Más de tres chicas.

Comparar las respuestas con los resultados obtenidos con el modelo binomial.

- 6 La probabilidad de que una persona que toma cierto medicamento tenga una reacción desagradable es de 0.002. Sea X el número de personas que sufren de tal reacción en una muestra de 1000 personas que han tomado el medicamento. Hallar:
 - a $P(X=1)$.
 - b $P(X < 3)$.
 - c $P(X \geq 3)$.
 - d $P(X > 0)$.
 - e $P(2 \leq X \leq 5)$.

- 7 ¿Cómo está relacionada la forma de la distribución de Poisson con la de la normal?
- 8 Si en las carreteras de California hay en promedio cuatro accidentes por día, ¿cuál es la probabilidad de que en un determinado día:
 - a No haya accidentes de automóvil?
 - b Haya tres o menos accidentes?
 - c Haya tres o más accidentes?
- 9 El promedio de clientes que van a una ventanilla de un banco por minuto durante horas hábiles es *una*. Hallar la probabilidad de que durante un minuto dado:
 - a No aparezcan clientes.
 - b Haya tres o más clientes.
 - c Haya tres o menos clientes.
- 10 En un cierto distrito escolar en que hay 2000 maestros, la proporción media de maestros ausentes por día escolar es de 0.5 por ciento. Hallar la probabilidad de que en un día dado:
 - a Todos los maestros estén en su trabajo.
 - b Dos maestros estén ausentes.
 - c Tres o menos estén ausentes.
 - d Tres o más estén ausentes.

- 11 Comparar los valores de $P(X=0)$, $P(X=1)$, $P(X \leq 2)$ y $P(X \geq 2)$ si X es una variable aleatoria de Poisson con una media $\mu = 2$, con los valores de estas mismas probabilidades si X es

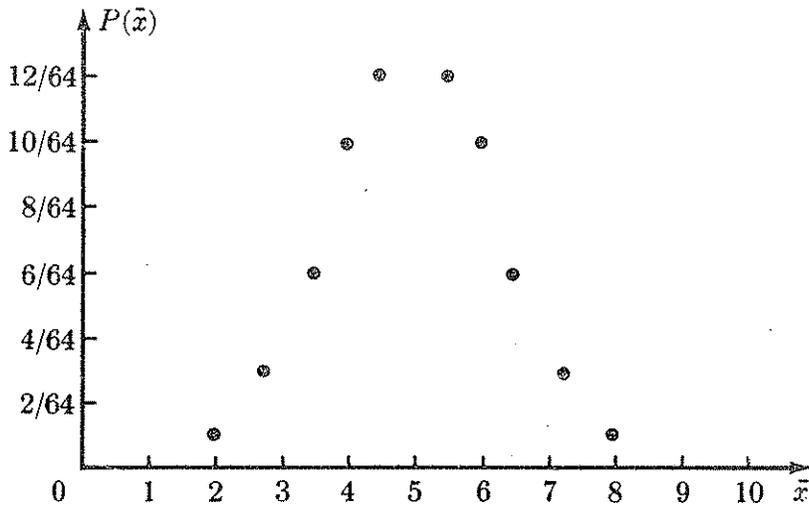


Figura 8-11

Distribución muestral de la media \bar{X} con $n = 3$, cuando X tiene el conjunto de posibles valores $\{2, 4, 6, 8\}$.

gresos de las 36 familias sea a lo más de \$11,500?

Si bien X no es normal, por el teorema del límite central \bar{X} es aproximadamente normal porque el tamaño $n = 36$ de la muestra es suficientemente grande. Se tiene pues

$$\begin{aligned}
 P(\bar{X} \leq 11,500) &= P\left(Z \leq \frac{11,500 - 12,000}{3,000/\sqrt{36}}\right) = P\left(Z \leq \frac{-500}{500}\right) \\
 &= P(Z \leq -1) = 1 - P(Z \leq 1) \\
 &= 1 - 0.8413 = 0.1587
 \end{aligned}$$

Ejercicio 8-3

- 1 Explicar la simetría y la forma de campana de la distribución normal.
- 2 Si X tiene distribución normal, con media 10 y varianza 16, y si Y tiene también distribución normal con media 10 y varianza 15, ¿cuál será el valor de cada uno de esos dos parámetros para la distribución de $W = X + Y$? (Se supone que X y Y son independientes).
- 3 En el problema 2 anterior, ¿cuáles serán los valores de los dos parámetros para la distribución de $W + X - Y$?
- 4 Explicar que si X es $N(\mu, \sigma^2)$, entonces una transformación lineal de escala de X lleva a una nueva variable que es también normal.
- 5 Expresar el teorema del límite central. ¿Por qué es tan importante en análisis estadístico?
- 6 Sea $Y = 5X + 10$ y supóngase X de distribución normal con media 10 y varianza 25. Hallar lo siguiente:

a $P(Y \geq 68)$.	d $P(53 \leq Y \leq 59)$.
b $P(Y \leq 69.5)$.	e $P(61 \leq Y \leq 70)$.
c $P(Y \leq 54)$.	f $P(52 \leq Y \leq 67)$.
- 7 Se supone que X tiene distribución uniforme sobre $\{1, 3, 5, 7\}$ y se toma con remplazo una muestra aleatoria de tamaño 5 ($n = 5$) para X . Sea \bar{X} la media de la muestra. Hallar los valores aproximados de:

a $P(\bar{X} \geq 6.5)$.	d $P(1.5 \leq \bar{X} \leq 4.75)$.
---------------------------	-------------------------------------

za de las remuneraciones es \$900. Sea \bar{X} la media de las remuneraciones de 36 empleados. Estimar lo siguiente:

a $P(\bar{X} \leq \$1,000)$. b $P(\bar{X} \leq \$790)$. c $\$790 \leq \bar{X} \leq \810 .

- 9 Supóngase que X tiene distribución uniforme sobre el conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Una muestra aleatoria de 100 observaciones ($n = 100$) de X da una media \bar{X} . Determinar:
a La forma de la distribución de \bar{X} . b La media y la varianza de \bar{X} .
- 10 Sea Y una variable aleatoria de Bernoulli con la probabilidad de un éxito $p = 0.5$. Si X designa el número de éxitos en una muestra aleatoria de 100 observaciones ($n = 100$) de Y , determinar:
a La forma de la distribución de X . b La media y la varianza de X .
- 11 En el problema anterior, sea \hat{p} la proporción X/n . Determinar:
a La forma de la distribución de \hat{p} . b La media y la varianza de \hat{p} .
- 12 Supóngase que el contenido de nicotina de cierta marca de cigarrillos tiene distribución normal con media $\mu = 25$ miligramos y desviación típica $\sigma = 4$ miligramos. Se toma una muestra aleatoria de 25 cigarrillos que da una media muestral de $\bar{X} = 26$ miligramos. ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de este tamaño de una media muestral de esta magnitud o mayor?
- 13 Sea X la velocidad de las mecanógrafas en una gran compañía. Supóngase que la variable X tiene distribución normal de media $\mu = 58$ palabras y desviación típica $\sigma = 16$ palabras por minuto. Si se toma una muestra aleatoria de 16 mecanógrafas y se las somete a una prueba de velocidad, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral \bar{X} esté entre 50 y 70 palabras, inclusive?
- 14 Un vendedor de automóviles sospecha que su margen de beneficios promedio por auto vendido está por debajo del promedio nacional de \$700. Se admite que el margen de beneficios por auto vendido tiene desviación típica de \$80. Una muestra aleatoria de 64 autos vendidos da un margen de beneficios promedio \bar{X} . Hallar la probabilidad de que \bar{X} sea inferior a \$685.
- 15 Sea X la vida de una bombilla de marca I, Y la de una de marca II, siendo X y Y independientes. Se sabe que X tiene distribución normal con media $\mu_X = 1000$ horas y varianza $\sigma_X^2 = 2500$ horas, y que Y tiene distribución normal con media $\mu_Y = 900$ horas y varianza $\sigma_Y^2 = 2400$ horas. Sea $D = X - Y$.
a ¿Cuál es la distribución de la diferencia $X - Y$?
b ¿Hallar la media y la desviación típica de D .

8-4

Aproximación de la distribución binomial a la normal

Como ya se señaló en la sección 7-3-3, al aumentar el tamaño n de la muestra, la distribución de probabilidad binomial se acerca a la forma lisa y acampanada, fenómeno que se suele utilizar como ilustración del teorema del límite central. Recuérdese que la variable aleatoria Y de Bernoulli tiene como conjunto de valores el $\{0, 1\}$ y que $P(Y = 1) = p$. Si se toma una muestra aleatoria de n observaciones Y_1, Y_2, \dots, Y_n , entonces la variable aleatoria X definida por $\sum_{i=1}^n Y_i$ es $B(n, p)$. La media muestral \bar{Y} es la proporción muestral (llamada p en la sección 7-4), la cual, de acuerdo con el teorema del límite central, tiene aproximadamente distribución normal con media p y varianza pq/n , siempre que n sea grande. La variable aleatoria binomial X , o $n\bar{Y}$, es una función lineal de \bar{Y} y así pues también es aproximadamente normal con media

$$E(X) = E(n\bar{Y}) = nE(\bar{Y}) = np$$

- 2 ¿Cuáles son las condiciones o reglas que se han de cumplir cuando se emplea el método de aproximación normal de la binomial?
- 3 Hallar la probabilidad de obtener entre 6 y 9 caras inclusive en 15 jugadas de una moneda ideal aplicando:
- La distribución binomial.
 - La aproximación normal a la binomial, con corrección de continuidad.
- 4 Explicar la razón de que la corrección de continuidad se haga usualmente cuando se aplica la aproximación normal a la distribución binomial.
- 5 En una compañía, 20 por ciento de los empleados tienen formación superior. Sea X el número de empleados con formación superior en una muestra aleatoria de 10 empleados. Hallar $P(3 \leq X \leq 5)$ aplicando:
- La distribución binomial.
 - La aproximación normal a la binomial con corrección de continuidad.
- 6 Si en el problema 5, X es el número de empleados con formación superior en una muestra aleatoria de 30 empleados, hallar $P(7 \leq X \leq 9)$ aplicando:
- La distribución binomial
 - La aproximación normal a la binomial, con corrección de continuidad.
 - ¿Qué conclusión se puede sacar de la comparación de las respuestas a este problema con las respuestas al problema 5?
- 7 En cierto proceso de producción, el 10 por ciento de las unidades producidas son defectuosas. Sea X el número de unidades defectuosas halladas en una muestra de 100 unidades tomadas al azar. Hallar los valores aproximados de:
- $P(X \leq 13)$.
 - $P(X \geq 8)$.
 - $P(7 \leq X \leq 16)$.
 - $P(5 \leq X \leq 10)$.

(Nota: Como la aproximación es buena para n grande, la corrección de continuidad se puede omitir en este problema.)

- 8 Supóngase que el 20 por ciento de las llamadas que llegan a una central telefónica sean llamadas de cargo diferido. Si durante cierto período llegan 400 llamadas a la central, ¿cuál es la probabilidad de que:
- 100 llamadas a lo más sean de cargo diferido?
 - 70 llamadas por lo menos sean de cargo diferido?

(Nota: Omitir la corrección de continuidad.)

El área a la derecha de un número estandarizado positivo es una diferencia de áreas, toda el área positiva menos el área entre el origen y ese número positivo.

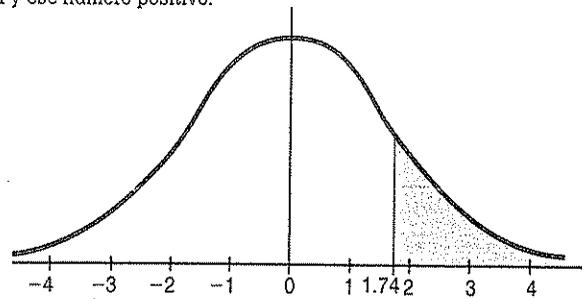


Figura 5.31 Representación gráfica del área a la derecha de 1.74

$$P(X \geq 16 / \lambda = 10) = P(Z \geq 1.74) = P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1.74) = .5000 - .4591 = .0409 = 4.09\%$$

Ejemplo 5.31

Un promedio de 5 clientes por cada 10 minutos llegan a una caja de salida de un almacén. ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen más de 20 clientes a la caja en un intervalo específico de media hora?

Solución

$\lambda = 5$ por 10 minutos = 5(3) por media hora = 15 cada media hora

Como ya no existen tablas para ese valor de $\lambda = 15$ y los cálculos analíticos son muy laboriosos, se utilizará la aproximación normal a la distribución de Poisson.

$$\mu = \lambda = 15$$

$$\sigma = \sqrt{\lambda} = \sqrt{15} \approx 3.87$$

$$P(X > 20 / \lambda = 15) = P(X \geq 21 / \lambda = 15) = P(X \geq 20.5 / \mu = 15, \sigma = 3.87) = P\left[Z \geq \frac{20.5 - 15}{3.87}\right] = P(Z \geq 1.42)$$

El área a la derecha de un número estandarizado positivo es una diferencia de áreas, toda el área positiva menos el área entre el origen y ese número positivo.

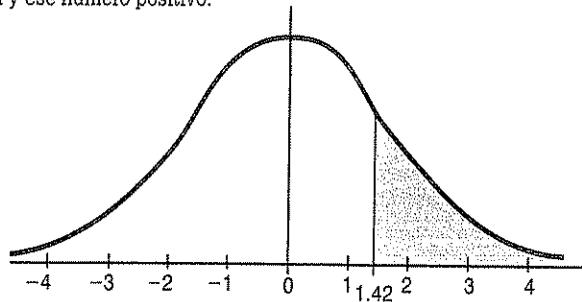


Figura 5.32 Representación gráfica del área a la derecha de 1.42

$$P(X \geq 21 / \lambda = 15) = P(Z \geq 1.42) = P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1.42) = .5000 - .4222 = .0778 = 7.78\%$$

Ejercicios de distribución de probabilidades

- 5.1 En una fábrica, 60% del personal de una planta está sindicalizado. Si se eligen 10 obreros al azar, determine la probabilidad de que:
- haya siete obreros sindicalizados entre ese grupo.
 - haya algún obrero de este grupo que no esté sindicalizado.
 - se encuentren más de dos obreros sindicalizados.
 - se encuentren entre tres y cinco obreros sindicalizados.
- 5.2 De un total de 800 familias con cinco hijos cada una, cuántas familias cabe esperar que tengan:
- tres niños.
 - cinco niñas.
 - dos o tres niños.
 - al menos una niña.
- 5.3 Una compañía de seguros tiene aseguradas casas contra incendio. El promedio de que ocurran siniestros es de 3 al año. ¿Qué probabilidad existe de que ninguno de los asegurados tenga un siniestro en los próximos seis meses?
- 5.4 El número promedio de reclamaciones presentadas a una empresa comercializadora por pérdidas sufridas durante las mudanzas es de 186 por hora. Encuentre la probabilidad de que en cualquier minuto dado se puedan presentar:
- menos de tres reclamaciones.
 - exactamente tres reclamaciones.
 - tres o más reclamaciones.
 - menos de dos o más de tres reclamaciones.
- 5.5 El conmutador telefónico de un edificio de consultores de comercio exterior maneja un máximo de cuatro llamadas por minuto. Si la experiencia indica que se reciben un promedio de 60 llamadas por hora, ¿cuál es la probabilidad de que en un lapso determinado de 10 minutos el conmutador esté sobrecargado?
- 5.6 Un estudiante no se ha preparado para un examen que contiene 10 preguntas de verdadero y falso. ¿Qué probabilidad existe de que:
- apruebe el examen si para hacerlo debe contestar correctamente el 70% de las preguntas?
 - conteste por lo menos la mitad de las preguntas correctamente?
- 5.7 Un vendedor de seguros entrega pólizas a cinco hombres, todos de la misma edad y con buena salud. De acuerdo con las tablas actuariales de la compañía de seguros, la probabilidad de que un hombre de esta edad viva otros 30 años más es de 67%. Encuentre la probabilidad de que después de esos 30 años más vivan:
- los cinco hombres.
 - al menos tres hombres.
 - solamente dos hombres.

- 5.8 Un análisis estadístico de mil llamadas telefónicas de larga distancia, hechas desde una oficina, indica que la duración promedio de las llamadas es de 129.5 segundos, con una desviación estándar de 30 segundos.
- ¿Qué proporción de estas llamadas duró menos de 180 segundos?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada haya durado entre 89.5 y 169.5 segundos?
 - ¿Qué porcentaje de las llamadas tuvo una duración de más de dos minutos?
- 5.9 La calificación promedio de un examen de estadística fue de 6.5, puntos con una desviación estándar de 2.5 puntos. El profesor otorgará calificación de MB al 20% de los mejores alumnos y NA al 10% de los peores alumnos.
- ¿A partir de qué calificación el profesor otorgará MB?
 - ¿Cuál será la más alta calificación a la que el profesor otorgará NA?
- 5.10 Se compran 100 piezas a un fabricante de refacciones para maquinaria. Cada vez que el cliente recibe el lote, revisa las piezas.
- Si encuentra menos de cuatro piezas defectuosas acepta el lote y el fabricante obtiene una utilidad de \$500.
- Si encuentra entre cuatro y seis piezas defectuosas, el lote se reprocesa y el fabricante obtiene una utilidad de \$350.
- Si encuentra más de seis piezas defectuosas, rechaza el lote y el fabricante pierde su inversión de \$1000.
- ¿Cuál es la esperanza matemática de este negocio, si el fabricante tiene un nivel de calidad del 96%?
- 5.11 Una compañía que renta automóviles gasta mucho en llantas. Le ofrecen una oferta de 500 llantas a un precio especial. La probabilidad de que se ponche una llanta en la primera semana es de 0.1%, ¿cuál es la probabilidad de que habiéndose adquirido las 500 llantas en la primera semana tenga la compañía más de cuatro ponchaduras?
- 5.12 Una compañía vende aspiradoras. Las estadísticas de servicio muestran que el promedio de vida de una aspiradora sin reparación es igual a 4.5 años con una desviación estándar de dos años. El costo promedio de una reparación es de \$150 y en un año se venden 125 000 aspiradoras. ¿Cuál es el costo actual de un año de garantía?
- 5.13 Una gasolinera en Zacatecas tiene un consumo promedio diario de 50 000 litros, con una desviación estándar de 3 500 litros. Si se desea mantener un nivel de servicio del 95%, ¿de qué tamaño tiene que ser el tanque de abastecimiento si la entrega es diaria y siempre a la misma hora?
- 5.14 Se sabe que una pieza de una máquina se descompone aleatoriamente, ocurriendo una descompostura en promedio cada cinco días. ¿Cuál es la probabilidad de que en cinco días cualquier pieza se descomponga a lo más dos veces?
- 5.15 Actualmente el consumo promedio de gasolina de los automóviles en el mercado mundial es de 10.7 kilómetros por litro, con una desviación estándar de 2.5 kilómetros por litro. Una compañía automotriz en México ha decidido diseñar un automóvil que sea más económico que el 96% de los automóviles en el mercado. ¿Qué rendimiento debe tener este automóvil?
- 5.16 ¿Cuál es la probabilidad de obtener cuatro artículos defectuosos en cuatro extracciones sucesivas de un lote del que se sabe que el 10% de los artículos es defectuoso?

- 5.17 El número de quejas que recibe una tintorería por día es en promedio de 3.3. ¿Cuál es la probabilidad de que reciba tan sólo dos quejas un día dado?
- 5.18 En promedio 12 personas por hora consultan a un especialista en decoración en un almacén de telas. ¿Cuál es la probabilidad de que tres o más personas se acerquen al especialista durante un periodo de media hora?
- 5.19 En una gran tienda departamental, el número de días entre la facturación y el pago de las cuentas corrientes es en promedio de 18 días, con una desviación estándar de 4 días. Diga qué proporción de las facturas será pagada:
- entre 12 y 18 días.
 - entre 20 y 23 días.
 - en menos de 8 días.
 - exactamente en 15 días.
 - ¿En cuántos días será pagado el 98% de las facturas?
 - ¿ $P(12 \leq X \leq 20) = ?$
- 5.20 La cantidad real de café instantáneo que vierte una máquina expendedora en vasos de 4 onzas varía de un vaso a otro, se puede fijar como una variable aleatoria continua con una desviación estándar de 0.04 onzas. Si solo el 2% de los vasos va a contener menos de 4 onzas de café, ¿cuál debe ser el contenido promedio de estos vasos?
- 5.21 Si el 70% de los televidentes de una población dada sintonizan un programa específico para investigar el nivel de preferencia, ¿cuál es la probabilidad de que más de la mitad de las personas de un grupo de 8, extraída aleatoriamente de esa población, vean ese programa de televisión?
- 5.22 De las últimas 100 piezas producidas por una máquina, 20 resultaron defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de tener menos de 6 defectuosas en las próximas 25 piezas que produzca esa máquina?
- 5.23 Si un banco recibe en promedio 6 cheques sin fondos por día, ¿cuál es la probabilidad de que reciba más de 4 cheques sin fondos en un día dado?
- 5.24 Una línea aérea sabe por experiencia que el número de maletas que se pierden por semana en cierto trayecto es en promedio de 21, con una desviación estándar de 4. ¿Cuál es la probabilidad de que en una semana cualquiera se pierdan:
- exactamente 20 maletas?
 - cuando menos 20 maletas?
- 5.25 Una empresa de alquiler de autos ha determinado que la probabilidad de que un coche se solicite en un mes es de .2%. La compañía posee 900 vehículos. Calcule la probabilidad de que se soliciten más de:
- 200 coches en un mes.
 - 175 coches en un mes.
- (Utilice la aproximación normal de la distribución binomial, con la corrección de continuidad.)

a) Se infiere que $\pi_1 - \pi_2 = 0$.

$$(\bar{\pi}_1 - \bar{\pi}_2) = .67 - .48 = .19$$

$$\hat{S}_{\bar{\pi}_1 - \bar{\pi}_2} = \sqrt{\frac{\bar{\pi}_1(1-\bar{\pi}_1)}{n_1} + \frac{\bar{\pi}_2(1-\bar{\pi}_2)}{n_2}} = \sqrt{\frac{(.67)(.33)}{45} + \frac{(.48)(.52)}{45}} = \sqrt{\frac{1}{45} [.2211 + .2496]} \cong .1023$$

$$z = \frac{.19}{.1023} = 1.86$$

En lenguaje ordinario, se tiene un área a la derecha de un número estandarizado positivo. En lenguaje gráfico se tiene.

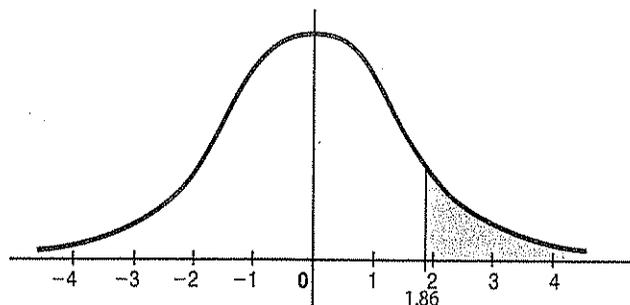


Figura 7.7 Representación gráfica del área a la derecha de 1.86

Es una diferencia de áreas, toda el área positiva menos el área entre el origen, y ese número estandarizado positivo.

$$P[(\bar{\pi}_1 - \bar{\pi}_2) \geq .19] = P\left(Z \geq \frac{.19}{.1023}\right) = P(Z \geq 1.86) = P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1.86) = .5000 - .4686 = .0314$$

Interpretación

Si se seleccionan 100 muestras de tamaño 45 estudiantes de cada sexo, aproximadamente 4 de ellas indicarán una diferencia de por lo menos 19% de fumadores entre mujeres y hombres.

b) De acuerdo con el estado actual, la diferencia entre los dos grupos de fumadores mujeres y hombres sería del 7% o menos, al realizar una campaña publicitaria adecuada. Luego $\bar{\pi}_2 - \bar{\pi}_1 = [.19 - (.67 - .55)] = .07$.

$$z = \frac{.07 - .19}{.1023} = -1.17$$

En lenguaje ordinario, se tiene un área a la izquierda de un número estandarizado negativo.

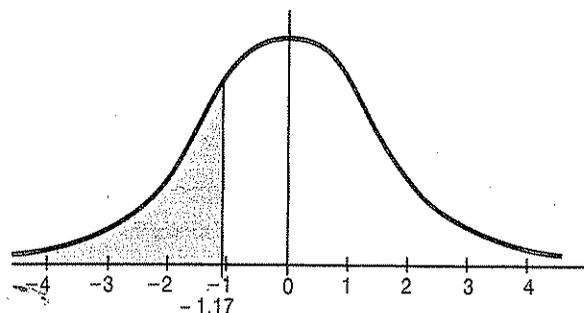


Figura 7.8 Representación gráfica del área a la izquierda de -1.17

Es una diferencia de áreas positivas bajo la simetría, es decir, toda el área positiva menos el área entre el origen, y ese número simétrico positivo.

$$P[(\bar{\pi}_2 - \bar{\pi}_1) \leq .07] = P\left(z \leq \frac{.07 - .19}{.1023}\right) = P(z \leq -1.17) = P(z \geq 1.17) = P(z \geq 0) - P(0 \leq z \leq 1.17) = .5000 - .3790 = .1210$$

Interpretación

Partiendo de que se realizó una campaña publicitaria adecuada y se disminuyó la diferencia de los fumadores, entonces al seleccionar 100 muestras de 45 estudiantes, tanto de mujeres como de hombres, aproximadamente 12 de ellas mostrarán una diferencia inferior a un 7% de fumadores.

Ejercicios de distribuciones muestrales en el muestreo aleatorio simple

- 7.1 En una población de jóvenes se toma una muestra de 100 de ellos y se calcula la estatura promedio de la muestra, siendo esta de 169 cm. Si se sabe que la desviación estándar de la población es de 7.5 cm, ¿qué probabilidad hay de que se tenga una media muestral de 169 o más, sabiendo que el promedio de estatura de la población es de 167 cm?
- 7.2 Una revista científica informa acerca de una encuesta con 313 jóvenes, de 14 a 22 años de edad, hijos de los altos ejecutivos de las corporaciones más importantes de un país. Al pedir que identificara el mejor aspecto de ser uno de este grupo privilegiado, el 55% mencionó ventajas materiales y financieras. Supongamos que la proporción de este tipo de aspecto en jóvenes en la población de hijos de altos ejecutivos es realmente igual a 0.5 ¿Cuál es la probabilidad de observar una proporción muestral igual o mayor al valor obtenido en la encuesta?
- 7.3 Hay 6 vendedores en cierta compañía. Los vendedores A, B y C son fumadores y los otros X, Y y Z son no fumadores. Considérense los seis vendedores como una población. Encontrar:
- Las proporciones de fumadores de las muestras posibles de 4 vendedores.
 - La media de las proporciones muestrales.
 - El error estándar de las proporciones.
 - La probabilidad de seleccionar una muestra de cuatro elementos con una proporción de fumadores del 75% o más, mediante la distribución normal estándar.
- 7.4* Antes de tomar la decisión de introducir su nueva bebida, una compañía refresquera la presentó a aproximadamente 40,000 consumidores de 30 ciudades de un país. Sin marcas de identificación, 55% prefirieron la nueva fórmula que la anterior. Supóngase que los 40,000 consumidores de la encuesta representan una muestra aleatoria de una población de bebedores de refrescos en las 30 ciudades. Encuentre la probabilidad de que la proporción muestral se localice dentro de 0.005 de la proporción poblacional de todos los bebedores de refrescos que favorecen a la bebida nueva, suponiendo que esta sea la arrojada por la encuesta.

- 7.5 La educación media de un país es de 5.1 años, con una varianza de 9 años. Se toma una muestra aleatoria de 100 personas y se calcula su media. ¿Cuál es la probabilidad de que esta esté entre 4.5 y 5.5 años?
- 7.6* Si la desviación estándar de los pesos de niños de primaria es de 6 kg, se toma una muestra de 144 niños y se calcula \bar{x} , ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra exceda en más de un kilogramo a la media poblacional?
- 7.7 Las multas promedio pagadas por 20 000 contribuyentes al sistema tributario en una fecha determinada es de 450 dólares, y con una desviación estándar de 50 dólares. ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger una muestra de 5 000 contribuyentes su multa media esté en 445 o menos dólares?
- 7.8 Se sabe que el valor medio en dólares de los montos de ventas de un producto determinado fue, durante el año pasado, de \$3,400 por distribuidor al detalle, con una desviación estándar de \$200. Si el producto es vendido por una gran cantidad de distribuidores,
- determine el error estándar de la media para una muestra de tamaño 25.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor que \$3,500 si se muestrea con el mismo tamaño del inciso anterior?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral este entre \$3,350 y \$3,450?
 - Según lo anterior, suponga que solo 100 distribuidores manejan el producto. Contesté los tres incisos anteriores.
- 7.9 Entre las personas que compran mercancía con pilón (premio), se calculó que en un grupo de 45 familias había un promedio de compras de \$145, con una desviación estándar de \$3.70. En otro grupo de 62 familias, se encontró un importe medio de compras de \$120, con desviación estándar de \$23. ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia entre el importe promedio de compras de esas muestras sea menor de \$25? Considere trabajar una variable aleatoria continua.
- 7.10 Un contador toma 40 estados financieros de un total de 800, cuyo valor del monto promedio del total de las cuentas es de \$150,000 con una desviación estándar de \$9,500. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea cuanto más de \$153,000?
- 7.11 Una compañía tiene su cartera de clientes como sigue: 4750 cuentas de contado de hasta 30 días y 1000 cuentas con pagos de más de 30 días. Del primer grupo se eligieron 150 clientes, cuyo promedio de sus saldos es de \$123, con una desviación estándar de \$10. Del segundo grupo se eligieron 60 cuentas y se obtuvo un saldo medio de \$543, con una desviación estándar de \$50. ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia entre los saldos sea de:
- \$272 o menos?
 - \$395 o menos?
 - \$420 o más?
 - \$473 o más?
- 7.12* Las hipotecas nuevas tienen una tasa promedio de interés del 10.79% y una desviación estándar de 0.88%. Para una muestra aleatoria simple de 32 hipotecas,
- describa la distribución muestral de la tasa media de interés.
 - calcule la probabilidad de hallar una tasa media de interés que esté dentro del 0.2% del promedio nacional.

- 7.13 Un auditor toma 36 cuentas por cobrar de un total de 100, en donde el valor de la media del total de las cuentas es de \$260,000, con una desviación estándar de \$43,000. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral:
- sea cuanto menos de \$250,000?
 - se encuentre entre \$275,000 y \$270,000?
- 7.14 Un analista financiero toma una muestra aleatoria del 60% de 400 cuentas por cobrar, las cuales tienen un saldo promedio de \$148,500, con una desviación estándar de \$35,750. Obtener la probabilidad de que la media muestral:
- sea a lo más de \$140,000.
 - se encuentre entre \$152,000 y \$150,000.
- 7.15 Suponga que un 40% de todas las personas contestan cuando se les hace una entrevista por teléfono. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 188 contesten en una muestra aleatoria simple de 500 personas?
- 7.16 El promedio de los pagos de 15 000 clientes en una compañía de seguros, en una fecha dada, es de \$350, con una desviación estándar de \$20. ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar una muestra aleatoria simple de 200 pagos su promedio esté entre \$345 y \$355?
- 7.17 Los mil empleados que trabajan en una compañía de seguros cometen "al menos un error" al llenar las formas de aseguramiento en un 5% en el tiempo que trabajan. Si se toma una muestra de 100 formas, ¿cuál es la probabilidad de encontrar entre 3 y 10 formas erróneas?
- 7.18 En una compañía con 2000 empleados se realizó un informe, el cual mostraba que el 15% de los empleados llegan tarde. ¿Cuál es la probabilidad de que a lo más, en una muestra de 480 empleados, 30 lleguen tarde?
- 7.19 De un total de 700 empresas que deben hacer pagos al fisco por un promedio de \$3,000, con una desviación estándar de \$150, ¿cuál es la probabilidad de que al seleccionar una muestra aleatoria de 50 empresas el monto promedio de pago al fisco sea entre \$3,050 y \$2,950?
- 7.20 Se realizó una auditoría a 100 transacciones del gobierno, donde se sabe que el monto promedio de las transacciones es de \$30,000, con una desviación estándar de \$5,000. Calcule la desviación estándar y la media de la distribución muestral de medias.
- 7.21 De una población que consiste de las siguientes edades: 10, 20, 30, 40 y 50, debe elegirse una muestra aleatoria de dos elementos. Calcule:
- muestras de tamaño 2 con reemplazo.
 - la media de cada muestra con reemplazo.
 - la media de la distribución muestral de medias.
 - la desviación estándar de la distribución muestral de medias.
 - la media y la desviación estándar de la población.

7.22 La siguiente tabla contiene la población de contadores con carrera terminada (o no) de una cierta empresa:

Empleado (a)	Carrera terminada
Alejandra	Si
Benito	No
Carlos	No
David	No

Determine:

- la distribución de muestras de tamaño 2 de contadores con carrera terminada.
 - la proporción de contadores con carrera terminada en cada muestra
 - la media de la distribución muestral de proporciones.
 - la desviación estándar de la distribución muestral de proporciones.
 - la proporción de contadores con carrera terminada en la población.
- 7.23 Los ratings de televisión de dos programas que se presentan a las 20:00 horas en el canal 2, son para el programa A de 0.20 y para el programa B, de 0.25. Tales valores fueron calculados en dos muestras elegidas aleatoriamente de 400 televidentes. ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia de las proporciones de preferencia llegará a ser de 0.07 o más?
- 7.24 Un investigador desea conocer la probabilidad de que la diferencia de proporciones de amas de casa que prefieren dos marcas de detergente: Azul y Rojo, con los datos arrojados por las muestras, es de:
- $\pi_{Azul} = 0.47$ de preferencia, $\pi_{Rojo} = 0.50$ de preferencia, $n_{Azul} = 150$ amas de casa y $n_{Rojo} = 120$ amas de casa
- exceda de 0.03.
 - que sea de 10% o menos.
- 7.25* El 17% de las personas que declaran impuestos en la Ciudad de México tienen ingresos gravables de más de \$300,000. Si se elige una muestra aleatoria de 400 declaraciones, ¿cuál es la probabilidad de que:
- más del 20% de estas personas tengan ingresos gravables por más de \$300,000?
 - entre el 18% y el 21% de las personas tengan ingresos gravables por más de \$300,000?
 - entre qué límites cabe esperar que esté el 90% de la proporción media de las muestras?
- 7.26 Las personas que leyeron el anuncio de ropa que puso cierto comerciante en el periódico el 16 de enero, en una muestra de 100 personas de cierta colonia, fueron 78 y en otra muestra de 225 personas de otra colonia fueron 80. ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia del porcentaje de lectura entre esas muestras:
- exceda del 77.64%?
 - sea de 38% o menos?
 - sea de 50% o menos?

- 7.27 Una encuesta realizada por un organismo educativo indicó que la media de los sueldos de los profesores de enseñanza elemental, en 30 estados, variaban de \$15,971 hasta \$39,751 pesos. El salario promedio en un estado E1 se encontraba en el segundo lugar, con \$29,000 pesos; seguido por otro E2, con \$28,621 pesos. Si tuviera que seleccionar una muestra aleatoria de 30 profesores del E1 y del E2, respectivamente, ¿cuál sería la probabilidad de que el sueldo promedio muestral \bar{x}_1 en el E1 excediera el sueldo promedio muestral \bar{x}_2 en el E2 por más de 1000 dólares? Supóngase que las desviaciones estándar de los salarios poblacionales en ambos lugares es de \$2,500, es decir, $\sigma_1 = \sigma_2 = \$2,500$.
- 7.28 Supóngase que una investigación efectuada recientemente revela que el 60% de los adultos de una población no son fumadores. Si se toma una muestra aleatoria de 600 adultos, encuentre e interprete la media y la desviación estándar de la distribución de muestreo.
- 7.29 Una medida de la dirección en que se mueve la economía de cierto país se manifiesta en una encuesta mensual de los gerentes de compras de grandes corporaciones. Una revista financiera internacional informa sobre una encuesta con 250 gerentes de compras, la cual pretende indicar un repunte en la economía. De los compradores que participaron, el 25% reportó más pedidos nuevos en enero, comparado con el 19% de diciembre. ¿Indica esta diferencia en proporciones muestrales que hay una diferencia real en las proporciones de todos los gerentes de compras entre enero y diciembre? Para aclarar la cuestión, obtenga la probabilidad de que las proporciones muestrales difieran en más de $\pm 6\%$ cuando en realidad no hubo cambio alguno en las proporciones poblacionales de enero a diciembre.
- 7.30 Se extrae con reemplazo una esfera de una urna con cuatro esferas marcadas con el número: 0, 2, 4 y 6. Denótese con X el número de la esfera extraída. Ahora si se extrae con reemplazo una muestra de dos esferas, obténgase:
- La distribución muestral de la media.
 - E (X).
 - La varianza de X.
 - El error típico de X.

Respuestas de los ejercicios

- 7.1 $\sigma_{\bar{x}} = .75$ y $P(z \geq 2.67) = .0038$
- 7.2 $\sigma_{\bar{\pi}} = .028$ y $P(z \geq 1.79) = .0367$
- 7.3 Son 15 muestras con valores de .25, .25, .25, .50, .50, .50, .50, .50, .50, .50, .50, .50, .75, .75, .75;
 $\mu_{\bar{\pi}} = .50$, y $\sigma_{\bar{\pi}} = .1581$ $P(z \geq .79) = .2148$
- 7.4 $\sigma_{\bar{\pi}} \cong .0025$ y $P(-2 \leq z \leq 2) = .9545$
- 7.5 $\sigma_{\bar{x}} = .30$ y $P(-2 \leq z \leq 1.33) = .88549$
- 7.6 $\sigma_{\bar{x}} = .50 = \frac{1}{2}$ y $P([\bar{X} - \mu] \geq 1) = P(z \geq 2) = .0227$

- 7.7 $\sigma_{\bar{x}} \cong .612$ y $P(z \leq -8.17) \cong .0000001$, un área muy pequeña o insignificante, luego entonces una posibilidad muy remota de ocurrir.
- 7.8 a) $\sigma_{\bar{x}} = 40$
b) $P(z \geq 2.5) = .00621$
- 7.9 $\hat{\sigma}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} \cong 2.96$ y $P(z \leq 8.45) = .00000001$, un área muy pequeña o insignificante, luego entonces una posibilidad muy remota de ocurrir.
- 7.10 Sin factor de corrección finita $\sigma_{\bar{x}} \cong 1464.96$ y $P(z \leq 2.05) = .9798$
- 7.11 $\hat{\sigma}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} \cong 6.51$ y
a) $P(z \leq -22.73) \cong .000000001$ un área muy pequeña o insignificante
b) $P(z \leq -3.84) = .00006$
c) $P(z \geq 64.52) \cong .000000000001$, un área muy pequeña o insignificante
d) $P(z \geq 8.14) \cong .00000001$, un área muy pequeña o insignificante
- 7.12 a) $\mu_{\bar{x}} = .1079$ y $\sigma_{\bar{x}} \cong .0016$
b) $P(\mu - .002 \leq z \leq \mu + .002) = P(-1.25 \leq z \leq 1.25) = .7887$
- 7.13 Sin considerar factor de corrección finita por ser $n/N < .05$, entonces $\sigma_{\bar{x}} = 5762.22$
a) $P(z \geq -1.74) = .9591$
b) $P(1.74 \leq z \leq 2.6) = .0362$
- 7.14 Con factor de corrección finita, ya que $n/N > .05$; $\sigma_{\bar{x}} \cong 1461.32$
a) $P(z \leq -5.82) \cong .000001$, casi nula la posibilidad
b) $P(1.03 \leq z \leq 2.39) = .1431$
- 7.15 $\sigma_{\bar{\pi}} \cong .022$ y $P(z \geq -1.09) = .8621$
- 7.16 Con factor de corrección finita, ya que $n/N > .05$; $\sigma_{\bar{x}} \cong 1.414$ y $P(-3.54 \leq z \leq 3.54) = .9996$
- 7.17 Con factor de corrección finita, ya que $n/N > 5\%$; $\sigma_{\bar{\pi}} \cong .0207$ y $P(-.97 \leq z \leq 2.42) = .8262$
- 7.18 Con factor de corrección finita, ya que $n/N > .05$; $\sigma_{\bar{\pi}} \cong .0142$ y $P(z \leq -6.16) \cong .000001$ casi nula la posibilidad
- 7.19 Con factor de corrección finita, ya que $n/N > 5\%$; $\sigma_{\bar{x}} \cong 20.46$ y $P(-2.44 \leq z \leq 2.44) = .9853$
- 7.20 $\mu_{\bar{x}} = \$3,000$ y $\sigma_{\bar{x}} = \$500$

- 7.21 a) $\mu_{\bar{x}} = 30$
b) $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{100} = 10$
c) $\mu = 30$ y $\sigma = \sqrt{200} \cong 14.142$
- 7.22 a) $\mu_{\bar{\pi}} = .25$
b) $\sigma_{\bar{\pi}} = .25$
c) $\pi = .25$
- 7.23 $\hat{\sigma}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} \cong .029$ y $P(z \geq .68) = .2483$
- 7.24 $\hat{\sigma}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} \cong .061$
a) $P(z \geq .49) = .3121$
b) $P(z \leq 1.14) = .8729$
- 7.25 $\sigma_{\bar{\pi}} \cong .019$
a) $P(z \geq 1.58) = .0571$
b) $P(.53 \leq z \leq 2.11) = .2807$
c) $P(.1388 \leq \bar{\pi} \leq .2012) = .9000$
- 7.26 $\hat{\sigma}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} \cong .0523$
a) $P(z \geq 6.73) = .00000001$, un área muy pequeña o insignificante
b) $P(z \leq -.85) = .1977$
c) $P(z \leq 1.44) = .9251$
- 7.27 $\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} \cong 645.5$ pesos y $P(z \geq .56) = .2877$
- 7.28 $\mu_{\bar{\pi}} = .60$ y $\sigma_{\bar{\pi}} = .02$
- 7.29 $\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} \cong .037$ y $1 - P(-1.62 \leq z \leq 1.62) = .1052$
- 7.30 a) La distribución muestral de las medias queda determinada por $\mu_{\bar{x}} = 3$ y $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{2.5} = 1.581$
b) $E(X) = 3$
c) $V(X) = 11$
d) $\sigma(X) = \sqrt{11} \cong 3.317$

o renglones, valores incluidos en cada celda resultante del cruce de las características, o los casos de las variables es la cardinalidad de cada ocurrencia conjunta (ambas o intersección); al final, tanto de renglones como de columnas, se determinan los totales parciales que corresponden a todas y cada una de las características de las variables. El esquema es una tabla de doble entrada donde se dibuja con líneas la separación de la información, con la notación respectiva para los eventos y sus posibles ocurrencias.

A menudo esta tabla se expresa en función de frecuencias relativas de ocurrencias para los dos eventos conjuntos, lo cual se denomina *tabla de contingencias*.

Es de remarcar que el alcance de tal recurso es solo para dos eventos y que todo experimento con mayor número de eventos no es posible plantearlo con este esquema.

Ejemplo 4.27

En una escuela de 700 alumnos de primer grado, 150 tienen automóvil. De 200 alumnos de primer grado que provienen de provincia, 90 poseen automóvil. Encuéntrense las siguientes probabilidades:

- Un estudiante es residente y posee automóvil.
- Un estudiante no es residente y posee automóvil.
- Un estudiante es residente y no posee automóvil.
- Dado que el estudiante es residente, posea automóvil.

Solución

Iniciaremos con la definición de eventos, así como con su respectiva simbología y los datos proporcionados.

R = "el estudiante de primer grado elegido sea residente o no proviene de provincia"

R^c = "el estudiante de primer grado elegido sea no residente o proviene de provincia" implica que $N(R^c) = 200$

A = "el estudiante de primer grado elegido tiene automóvil" implica que $N(A) = 150$

A^c = "el estudiante de primer grado elegido no tiene automóvil"

$N(\Omega) = 700$

$N(A \cap R^c) = 90$.

Ahora se construirá la tabla de doble entrada o de cardinalidades conjuntas correspondiente, pero hay que indicar los datos y completar la información bajo operaciones de suma y diferencias para obtener cardinalidades conjuntas y marginales.

Residencia tiene automóvil	R	R^c	Totales
A	60	90	150
A^c	440	110	550
Totales	500	200	700

Tabla 4.1 Representación de los eventos en una tabla conjunta.

Por último, se procederá a obtener las probabilidades solicitadas, pero directamente en lenguaje simbólico, auxiliándonos de la tabla ya determinada.

$$a) P(R \cap A) = \frac{60}{700} = .0857$$

$$b) P(R^c \cap A) = \frac{90}{700} = .1280$$

$$c) P(R \cap A^c) = \frac{440}{700} = .628$$

$$d) P(A/R) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{\frac{60}{700}}{\frac{500}{700}} = \frac{60}{500} = .12$$

4.8 Conexión de la probabilidad con la estadística inferencial

Ya es momento, por necesidad, de considerar aquellas situaciones en el área de las ciencias sociales y administrativas que no son de tipo determinístico, sino que tienen incertidumbre en su planteamiento y resolución.

Los conocimientos para medir esa aleatoriedad se encuentran establecidos en la teoría de probabilidad, la cual crea el vínculo forzoso y la base para construir más bagaje estadístico, como son los modelos aleatorios, lo que permitirá la resolución de las situaciones referidas. Más aún, al fusionar el manejo de muestras con la medición bajo probabilidad se crea la otra parte de la estadística conocida como estadística inferencial, que lleva a ampliar los métodos para abordar la solución de todo tipo de problemáticas, para así efectuar con sustento una toma de decisión bajo optimización. Por lo anterior, la conexión de la probabilidad con la estadística inferencial se justifica bajo el argumento de crear conocimiento de frontera en la estadística paramétrica.

Ejercicios de introducción a la teoría de la probabilidad

- Se lanza un dado tres veces, ¿cuál es la probabilidad de obtener el número 1 las tres veces consecutivas?
- Se lanza un dado de 6 caras, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número par?
- En una caja hay 10 rollos de película de los cuales 3 están defectuosos. Se tomarán 2 rollos, uno después del otro. ¿Cuál es la probabilidad de tomar un rollo defectuoso seguido de otro rollo defectuoso? ¿Cuál es la probabilidad de que los primeros 3 rollos sean defectuosos?
- Las oportunidades de que un alumno de sexto grado continúe y se gradúe de la preparatoria, son de 3 a 1. ¿Cuál es la probabilidad para un alumno de sexto grado de que no se gradúe de la preparatoria?
- ¿De cuántas maneras pueden repartirse tres premios a un conjunto de ocho personas, suponiendo que cada persona no puede obtener más de un premio?

- 4.6 Una caja contiene 5 bolas rojas y 4 blancas; en un momento se extraen 2 bolas sucesivamente de la caja sin reemplazo y se observa que la segunda es blanca. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera también sea blanca?
- 4.7 En un equipo de 5 miembros, integrado por un varón de 30 años y otro de 32 años, una mujer de 45 años, otro varón de 40 años y una mujer de 20 años de edad, discuten acerca de la elección de un representante del equipo. ¿Cuál es la probabilidad de que el representante del equipo sea mujer o tenga más de 35 años?
- 4.8 Se tiene una moneda de plata.
- ¿Cuál es la probabilidad de que salga sol, águila y sol en ese orden en tres lanzamientos?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que salgan por lo menos 2 águilas en tres lanzamientos?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos aparezca una vez águila en dos lanzamientos?
- 4.9 De los estudiantes de una universidad, 40% son varones, en tanto que el 4% son varones que estudian arte. Si se elige un estudiante al azar y este resulta ser un varón, ¿cuál es la probabilidad de que estudie arte?
- 4.10 ¿Cuántas manos de cinco cartas de póquer son posibles con una baraja de 52 cartas?
- 4.11 Encuéntrese la probabilidad de que en el lanzamiento de un dado se obtenga un 4 hacia arriba.
- 4.12 Se lanza un dado. Usted gana \$3000 si el resultado es un número par o divisible entre tres. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?
- 4.13 Si las probabilidades son, respectivamente, 0.86, 0.35 y 0.29 de que una familia (elegida al azar para realizar un estudio de muestreo de un área metropolitana grande) tendrá un televisor a color, uno a blanco y negro o ambos, ¿cuál es la probabilidad de que esta familia poseerá uno u otro tipo de televisor?
- 4.14 Determine la probabilidad de tomar al azar o aleatoriamente en sucesión dos ases de una baraja de 52 cartas
- Si hacemos una selección sin reemplazo.
 - Si hacemos una selección con reemplazo
- 4.15 Los hombres de un colegio se inscribieron en varios deportes en las proporciones que se muestran a continuación:
- Fútbol americano 30% de todos los hombres
 Baloncesto 20%
 Soccer 20%
 En fútbol americano y baloncesto 5%
 En fútbol americano y soccer 10%
 En baloncesto y soccer 5%
 En los tres deportes 2%

- Si un hombre es escogido al azar para una entrevista utiliza un diagrama de Venn para calcular la probabilidad de que sea:
- Un atleta (alguien que juegue por lo menos un deporte).
 - Solamente jugador de fútbol americano.
 - Un jugador de fútbol americano o un jugador de soccer.
- Si un atleta es elegido al azar, cuál es la probabilidad de que sea:
- Solamente jugador de fútbol americano.
 - Un jugador de fútbol americano o un jugador de soccer.
- 4.16 En una empresa trabajan 10 personas de confianza, 20 sindicalizados y 15 eventuales. De los cuales 5 de confianza, 15 sindicalizados y 5 eventuales recibieron un bono por su productividad. Calcúlese la probabilidad de que un trabajador elegido al azar:
- Haya recibido el bono dado que es de confianza.
 - No haya recibido el bono siendo que es trabajador eventual.
- 4.17 ¿De cuantas formas diferentes puede contestar un alumno a 4 preguntas de falso - verdadero?
- 4.18 Se tienen 5 banderas de diferentes colores, ¿cuántas señales diferentes se pueden enviar usando las 5 banderas al mismo tiempo?
- 4.19 De un grupo de 6 economistas y 9 ingenieros, se formará una comisión para cierto estudio. ¿De cuántas formas distintas pueden seleccionarse si la comisión debe estar formada por 4 personas y deben ser 2 economistas y 2 ingenieros?
- 4.20 En una escuela hay el mismo número de hombres y de mujeres, la probabilidad de que un estudiante de sexo masculino estudie inglés es de $\frac{1}{5}$ y la probabilidad de que una mujer sea estudiante de inglés es de $\frac{1}{20}$. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante:
- seleccionado al azar sea hombre y estudie inglés?
 - tomado al azar estudie inglés?
 - de inglés elegido aleatoriamente sea hombre?
- 4.21 Se lanzan un dado blanco y uno azul. Encuéntrese la probabilidad de que la suma de los números mostrados en sus caras sea 7 y que el número mostrado en una de las caras del dado azul sea mayor que el número mostrado en una de las caras del dado blanco.
- 4.22 Una urna contiene 3 esferas blancas y 2 negras. Se extraen 2 esferas al azar sin reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que:
- la primera sea blanca y la segunda negra?
 - la primera sea negra y la segunda blanca?
 - las 2 sean blancas?
 - las 2 sean negras?

- 4.23 En un armario de cocina hay 6 refrescos de cola, 12 de naranja y 5 de limón. Cuando Ana iba a elegir un refresco se fue la luz; por lo tanto, lo tomó al azar. Halle las siguientes probabilidades:
- Que sea de cola.
 - Que sea de limón.
 - Que sea de naranja.
 - Que sea de cola o limón.
 - Que no sea de limón.
- 4.24 Luis tiene 10 cartas con los números siguientes: 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 8, 8, 9. Las pone hacia abajo y después las baraja. Su amigo Carlos elige una carta. Halle la probabilidad de que la carta escogida sea:
- el 4.
 - mayor que 3.
 - divisible entre 3.
 - múltiplo de 4.
 - impar.
 - menor que 7.
 - menor o igual que 7.
- 4.25 Según el servicio meteorológico, en una cierta ciudad hay una probabilidad 0.4 de que haga frío; 0.6 de que llueva o haga frío, y 0.1 de que llueva y haga frío. ¿Cuál es la probabilidad de que me moje si salgo a la calle sin paraguas?
- 4.26 En una universidad se obtuvo la siguiente información: el 32% de las chicas tiene el cabello rubio, ojos azules o ambas cosas; el 20% tiene ojos azules, y el 17% tiene cabello rubio. ¿Qué porcentaje de chicas tiene:
- cabello rubio y ojos azules?
 - solo cabello rubio?
 - solo ojos azules?
 - ninguna de las 2 características mencionadas?
- 4.27 Una corporación consta de tres divisiones cada una de las cuales está encabezada por un presidente ejecutivo. En cada división hay dos grupos, cada uno de ellos dirigido por un vicepresidente de grupo. La decisión final acerca de las bonificaciones anuales se tomó en un comité integrado por un presidente ejecutivo y dos vicepresidentes de grupo. Cada año los miembros del comité se determinan mediante un sorteo. Defina un *espacio muestra* haciendo una lista de todos los comités posibles. Designe a los presidentes ejecutivos con las letras A, B y C, y los vicepresidentes de grupo con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6.
- 4.28 Una empresa arma computadoras y consta de tres plantas armadoras, A, B y C, que producen 15%, 35% y 50% del total, respectivamente. Se sabe que la probabilidad de que no funcione una computadora es de 3%, 2% y 1%, según sea armada por la planta A, B o C, respectivamente.

- Un cliente de dicha empresa decide comprar una computadora y elige una al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que funcione?
 - Si dicho cliente elige una computadora y observa que funciona, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido armada por la planta B?
- 4.29 Un estudiante solicita ser admitido en los centros universitarios A y B. Se estima que la probabilidad de ser admitido en A es $\frac{7}{10}$ y en B $\frac{1}{2}$. La probabilidad de que al menos una de las solicitudes sea rechazada es $\frac{3}{5}$. Suponemos que ha sido rechazado en A, ¿cuál es la probabilidad de que sea rechazado también en B?
- 4.30 El 35% de los créditos de un banco es para vivienda, el 50% para la industria y el 15% para consumo diverso. Resultan fallidos el 20% de los créditos para vivienda, el 15% de los créditos para la industria y el 70% de los créditos para consumo diverso. Calcule la probabilidad de que se pague un crédito elegido al azar.

Respuestas de los ejercicios



- 4.1 $.0046 = .46\%$
- 4.2 50%
- 4.3 a) $.0667 = 6.67\%$
b) $.0083 = .83\%$
- 4.4 $.6667 = 66.67\%$
- 4.5 ${}_6C_3 = 20$ maneras
- 4.6 $\frac{3}{13}$
- 4.7 $.60 = 60\%$
- 4.8 a) $\frac{1}{8}$
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{3}{4}$
- 4.9 10%
- 4.10 2 598 960

- 4.11 $\frac{1}{6}$
- 4.12 $\frac{2}{3}$
- 4.13 $.9295 = 92.95\%$
- 4.14 a) $.45\%$
b) $.59\%$
- 4.15 a) $.52 = 52\%$
b) $.17 = 17\%$
c) $.40 = 40\%$
d) $\frac{17}{52}$
e) $\frac{40}{52}$
- 4.16 66.67%
- 4.17 16
- 4.18 120
- 4.19 540 formas
- 4.20 a) $.10 = 10\%$
b) $.125 = 12.5\%$
c) $.80 = 80\%$
- 4.21 $\frac{1}{12}$
- 4.22 a) $.30 = 30\%$
b) $.30 = 30\%$
c) $.30 = 30\%$
d) $.10 = 10\%$
- 4.23 a) $\frac{6}{23}$
b) $\frac{5}{23}$

- c) $\frac{12}{23}$
d) $\frac{11}{23}$
f) $\frac{18}{23}$
- 4.24 a) $.10 = 10\%$
b) $.50 = 50\%$
c) $.30 = 30\%$
d) $.30 = 30\%$
e) $.50 = 50\%$
f) $.70 = 70\%$
g) $.70 = 70\%$
- 4.25 $.30 = 30\%$
- 4.26 a) $.05 = 5\%$
b) $.12 = 12\%$
c) $.15 = 15\%$
d) $.68 = 68\%$
- 4.27 $N(\Omega) = 45$
- 4.28 a) 98.35%
b) 34.87%
- 4.29 66.67%
- 4.30 75%